PITAGORAS ACADEMIA

AMANECIDA DE MATEMÁTICA

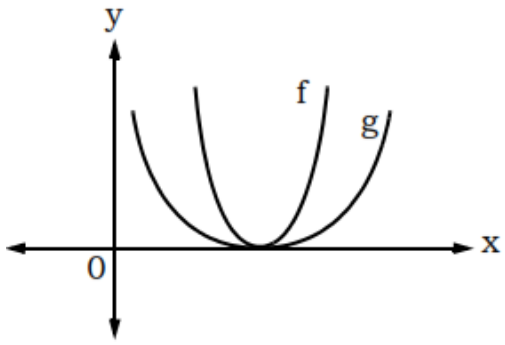
ÁLGEBRA

01.

En la figura adjunta se muestra las gráficas de las funciones f y g definidas por:

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$g(x) = mx^2 + nx + p$



De las siguientes relaciones:

I. $n^2 = 4mp$ II. $\frac{a}{m} = \frac{b}{n}$

III. $abc = mnp$

¿Cuáles son verdaderas?

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) I y II
E) II y III

02.

Halle el conjunto solución de la siguiente desigualdad:

$\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} \geq \sqrt{|x|}$

A) $\left[-\frac{4}{5}, \frac{4}{5}\right]$

B) $\left[-1, -\frac{4}{5}\right\rangle \cup \left\langle\frac{4}{5}, 1\right]$

C) $\left[-1, -\frac{4}{5}\right] \cup \left[\frac{4}{5}, 1\right\rangle$

D) $\langle -1;1\rangle$

E) $[-1;1]$

03.

Determine la suma de la raíces de la ecuación:

$16(z^2 - 2iz - 1)^2 = z^4$

A) $\frac{3-4i}{15}$
B) $\frac{2+4i}{5}$
C) $\frac{48\,i}{15}$
D) $\frac{-2+4i}{5}$
E) $\frac{64\,i}{15}$

04.

Señale la alternativa que presenta la secuencia correcta, después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F).

Sean $f, g, h, \ell : [-1, \infty\rangle \to \mathbb{R}$

funciones definidas por $f(x) = x^3$, $g(x) = (x+1)^2$, $h(x) = f(x) + x^2$, $\ell(x) = g(x) + x^2$. Entonces

(I) g es inyectiva
(II) h es inyectiva
(III) ℓ es inyectiva

A) V V V
B) V V F
C) V F F
D) F V V
E) F F F

05.

Sean $a, b \in \langle o, \infty \rangle$ tales que:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1,$$

y $$\frac{1}{\log_a(ab)}+\frac{1}{\log_b(a+b)}=\sqrt{x}-1$$

Determine el valor de $\frac{x}{2}$.

A) $\frac{1}{2}$ D) 2

B) 1 E) 4

C) $\sqrt{2}$

06.

Considere el problema: maximizar $z = 30\ x_1 + 20\ x_2$

Sujeto a las restricciones

$$\begin{aligned} x_1 &\leq 60 \\ x_2 &\leq 75 \\ 10x_1 + 8x_2 &\leq 800 \\ x_1 &\geq 0 \\ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Dadas las siguientes proposiciones referidas al problema.

I. No existe región admisible
II. El óptimo se da en el punto (60;0)
III. Una solución factible es el punto (0;75)

Son correctas

A) Solo I D) I y II
B) Solo II E) II y III
C) Solo III

07.

Sean las sucesiones S y P donde:

$S_0 = 1, S_1 = 0, S_2 = 0, S_3 = \frac{1}{2}, \ldots,$

$S_{2k-1} = \frac{1}{k}, S_{2k} = 0 \quad k \geq 2$

$P_0 = 1, P_1 = 7, P_2 = 0, P_3 = \frac{1}{2}, \ldots,$

$P_{2k-1} = \frac{1}{k}, P_{2k} = 1 \quad k \geq 2$

Entonces los límites a los que convergen las sucesiones S y P son respectivamente:

A) 0 ; 0
B) 0 ; 1
C) No existe ; No existe
D) No existe ; 1
E) 0 ; No existe

08.

Sean

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & 3 \\ a & 1 & a \\ 3 & a & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b & a & -1 \\ a & 5 & -4 \\ -1 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

matrices tales que AB = BA= I. Entonces el valor de $a^2 - b^2 - 4$ es

A) -4 D) 1
B) -2 E) 5
C) 0

09.

Dado el sistema lineal

$4x + y = 9k,$

$-x + 6y = 4k,$

determine la recta que contiene a todos los puntos solución de los sistemas generados para $k \in \mathbb{Z}^+$.

A) $-x+y=1$ D) $x-2y=0$
B) $2x+y=0$ E) $x+4y=0$
C) $-2x+3y=-1$

10.
Determine la suma de las soluciones positivas de la ecuación

$$||x^2-1|-x|=|x|.$$

A) $2+\sqrt{2}$ D) $\sqrt{2}+1$
B) $\sqrt{2}-1$ E) $2\sqrt{2}+1$
C) $2\sqrt{2}-1$